

Perbandingan Model Gompertz, Logistic, dan Weibull pada Data Kasus Meninggal Pasien Covid-19 di Indonesia

Mifathul Irfan^{1*}, Warsono²

^{1,2}Pascasarjana Universitas Lampung, Lampung, Indonesia

*corresponding author: miftahulirfan311@gmail.com

Received December 26, 2022; Received in revised form December 28, 2022; Accepted January 1, 2023

Abstrak. Covid-19 merupakan pandemic yang sudah melanda dunia sejak akhir tahun 2019. Covid-19 mulai melanda Indonesia pada awal tahun 2020. Pada awal periode, pertumbuhan pandemic covid-19 ini sangat cepat. Bahkan rasio kasus meninggal akibat covid-19 ini tergolong cukup tinggi. Jika dilihat dari kurva pertumbuhan kasus meninggalnya, nampak bahwa kurvanya melandai pada awal namun menaik signifikan setelahnya. Oleh karena itu artikel ini mengimplementasikan model non-linear yang dalam hal ini menggunakan model gompertz, model logistic, dan model Weibull pada pertumbuhan kasus meninggal akibat covid-19 di Indonesia pada awal kemunculannya yaitu periode April 2020 sampai Maret 2021. Kemudian dari ketiga model itu akan dipilih model terbaik dengan membandingkan nilai R-Square dari masing-masing model. Model yang memiliki R-Square terbesar menandakan model yang paling baik digunakan. Setelah dilakukan pemilihan ternyata model gompertz memiliki nilai R-Square terbesar yaitu 0,9987, sehingga model yang paling cocok untuk data covid-19 ini adalah model gompertz.

Kata kunci: Gompertz, Logistic, Weibull, Covid-19, Indonesia

Abstract. Covid-19 is a pandemic that has hit the world since the end of 2019. Covid-19 began to hit Indonesia in early 2020. At the beginning of the period, the growth of the Covid-19 pandemic was very fast. Even the ratio of cases of death due to Covid-19 is quite high. If we look at the growth curve of death cases, it appears that the curve is sloping at the beginning but increases significantly afterward. Therefore this article implements a non-linear model which in this case uses the Gompertz model, the logistics model, and the Weibull model for the growth of cases of death due to Covid-19 in Indonesia at its inception, namely the period April 2020 to March 2021. Then from the three models the best model will be selected by comparing the R-Square value of each model. The model that has the largest R-Square indicates the best model to use. After selecting it, it turned out that the gompertz model has the largest R-Square value, namely 0.9987, so the model that is most suitable for Covid-19 data is the gompertz model.

Keywords: Gompertz, Logistic, Weibull, Covid-19, Indonesian



This is an open access article under the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

PENDAHULUAN

Studi pertumbuhan suatu kasus merupakan hal yang menarik untuk dilakukan karena perlu penerapan model-model khusus yang cocok untuk fungsi pertumbuhan. Beberapa model yang baik untuk digunakan untuk parameter pertumbuhan adalah Von Bertalanffy, Ricards, Gompertz dan Logistic (Salman et al, 2015; Nashon et al, 2006). Covid-19 yang melanda dunia juga merupakan salah satu dari kasus pertumbuhan yang bisa dilakukan analisis.

Melihat kurva pertumbuhannya yang melandai pada awal periode dan naik signifikan setelahnya, sehingga model linear tidak cocok untuk diterapkan pada data covid-19. Oleh karena itu perlu penanganan khusus dengan model non-linear. Chowdhury et al. (2007), menggunakan model gompertz dan model logistic pada data pertumbuhan sel *Pediococcus acidilactici* H selama produksi bakteriosin pediocin ACh. Satoh (2021) juga menggunakan model gompertz dan logistic pada data pseudo.

Penerapan model non-linear sudah banyak dilakukan dan menghasilkan model yang cukup baik. Untuk mengetahui tingkat keakuratan dari model kurva non-linear yang digunakan, harus dilakukan perbandingan diantara model-model tersebut. Model matematik kurva pertumbuhan dapat memberikan manfaat sebagai parameter seleksi (Salman et al., 2012). Perbandingan model gompertz, logistic dan Weibull pernah diterapkan pada data Riap tinggi jenis pinus (pinus mercusii) pada hutan rakyat di tanah Toraja yang diperoleh hasil bahwa model weibull merupakan model yang terbaik untuk data tersebut (Patabang et al., 2011). Perbandingan tiga model yaitu model Gompertz, Logistik dan linier kemudian mengamati bahwa meskipun semua model memiliki nilai R^2 yang sama (masing-masing 0,982, 0,981 dan 0,939), Gompertz merupakan model yang paling cocok karena nilai R^2 lebih besar (Hruby, 1996). Demikian pula, menurut Aggrey (2002) yang membandingkan tiga model non linier yaitu model Richards, Logistic dan Gompertz serta model regresi linier spline untuk menggambarkan pertumbuhan ayam dan mengamati bahwa spline memberikan kecocokan yang paling buruk dibandingkan dengan model non linier. Pada penelitian tentang Breed Domba Mengali dari Balochistan Tarik et al (2013) yang membandingkan model non-linear (Gompertz, Logistic, Von Bertalanffy, Richards, Weibull dan Morgan Mercen Flodin (MMF)) dan diperoleh MMF sebagai model terbaik dengan nilai AIC terkecil.

Dalam melakukan perbandingan model akan menggunakan R-Square. Model yang memiliki nilai R^2 terbesar adalah model yang paling baik (Mohapatra et al., 2008). Juga seperti yang dilakukan oleh Raji et al., (2014), yang menggunakan R-Square dalam perbandingan model yang terbaik antara model Asymtote regression, Exponential, Gompertz, Logistic, Monomolecular, Richards, dan Weibull yang diterapkan pada data *Japanese Quail (Coturnix Japonica)*. Tariq et al. (2013), Urfa et al. (2017), juga menggunakan R-Square dalam memilih model yang baik.

Berdasarkan penjelasan berikut dapat ditarik kesimpulan bahwa model non linear logistic, gompertz dan Weibull merupakan model yang baik untuk digunakan pada data pertumbuhan. Oleh karena itu penulis tertarik melakukan penerapan model gompertz, logistic dan Weibull pada data kasus meninggal covid-19 di Indonesia pada periode April 2020 sampai Maret 2021.

METODE PENELITIAN

Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data yang diperoleh dari satgas Covid-19 di Indonesia melalui situs covid19.go.id. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah kasus meninggal Covid-19 di Indonesia.

Metode

Model non-linear merupakan model yang sering digunakan untuk data pertumbuhan dimana hasil yang diperoleh lebih baik dibandingkan dengan model linear. Model linear sendiri ada beberapa macam diantaranya gompertz, logistic, Weibull, Richards, dan MMF. Penelitian ini dibantu dengan software SAS 9.4 dengan PROC NLIN dan metode marquadt.

Model Non-linear

Untuk model yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan tiga model non-linear diantaranya adalah sebagai berikut:

Model Gompertz

Menurut Piegorsch & Bailer (2005), Model gompertz ini didasarkan pada fungsi non-linear seperti berikut ini:

$$g(x_i; \beta) = \beta_0 \exp\{-e^{-\beta_1 - \beta_2 x_i}\}$$

Model Logistic

Menurut Piegorsch & Bailer (2005), Model yang penting lainnya adalah model *logistic growth* dengan persamaan sebagai berikut ini:

$$g(x_i; \beta) = \frac{\beta_0}{1 + e^{-\beta_1 - \beta_2 x_i}}$$

Persamaan itu juga dapat ditulis kembali seperti berikut:

$$g(x_i; \beta) = \beta_0 (1 + e^{\beta_1 + \beta_2 x_i})^{-1} e^{\beta_1 + \beta_2 x_i}$$

Model Weibull

Satu model lainnya adalah model Weibull growth. Model ini mengambil pendekatan yang sedikit berbeda untuk menghubungkan parameter yang tidak diketahui dengan variabel prediktor dan, sebagai hasilnya, dapat memungkinkan berbagai bentuk lengkung. Persamaan yang dipakai adalah:

$$g(x_i; \beta) = \beta_0 + \beta_1 \exp\{-\beta_2 x_i^{\beta_3}\}$$

Seperti model logistik, kita harus berhati-hati agar tidak bingung dengan distribusi Weibull untuk data kontinu (Piegorsch & Bailer, 2005)

R-Square

Menurut Wright (1921) dalam Chicco et al (2021) Koefisien determinasi dapat diartikan sebagai proporsi varians pada variabel dependen yang dapat diprediksi dari variabel independen. Persamaan yang digunakan untuk memperoleh nilai R-Square adalah sebagai berikut:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m (X_i - Y_i)^2}{\sum_{i=1}^m (\bar{Y} - Y_i)^2}$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut merupakan hasil dan pembahasan penerapan metode gompertz, logistic, dan Weibull pada data covid-19 untuk kasus meninggal di Indonesia pada periode April 2020 sampai dengan Maret 2021.

Parameter Estimate dan Pengujian Signifikansi

Dengan menggunakan model gompertz, logistic, dan weibull diperoleh hasil estimasi parameter seperti pada tabel berikut ini:

Tabel 1. Estimasi Parameter

Model	Parameter	Estimasi	F-Value	Pr>F
Gompertz	β_0	227954	94449,5	<0,0001
	β_1	-1,7805		
	β_2	0,00345		
Logistic	β_0	67761.3	71318.6	<0,0001
	β_1	-4.1354		
	β_2	0.0126		
Weibull	β_0	1310,9	25222,5	<0,0001
	β_1	21456094		
	β_2	42,5257		
	β_3	-0,3243		

Berdasarkan tabel diatas dapat dilihat nilai estimasi parameter dari masing-masing model yang digunakan. Dapat dilihat pula bahwa semua model memiliki p-value<0,05 yang berarti semua model sudah signifikan dan dapat dikatakan bahwa model gompertz, logistic, dan Weibull sudah cukup baik untuk digunakan pada data covid-19 kasus meninggal di Indonesia periode April 2020 sampai Maret 2021. Dengan begitu masing-masing model dapat ditulis sebagai berikut:

- a. Model Gompertz

$$\hat{y} = 227954 \exp\{-e^{1,7805-0,00345x_i}\}$$

- b. Model Logistic

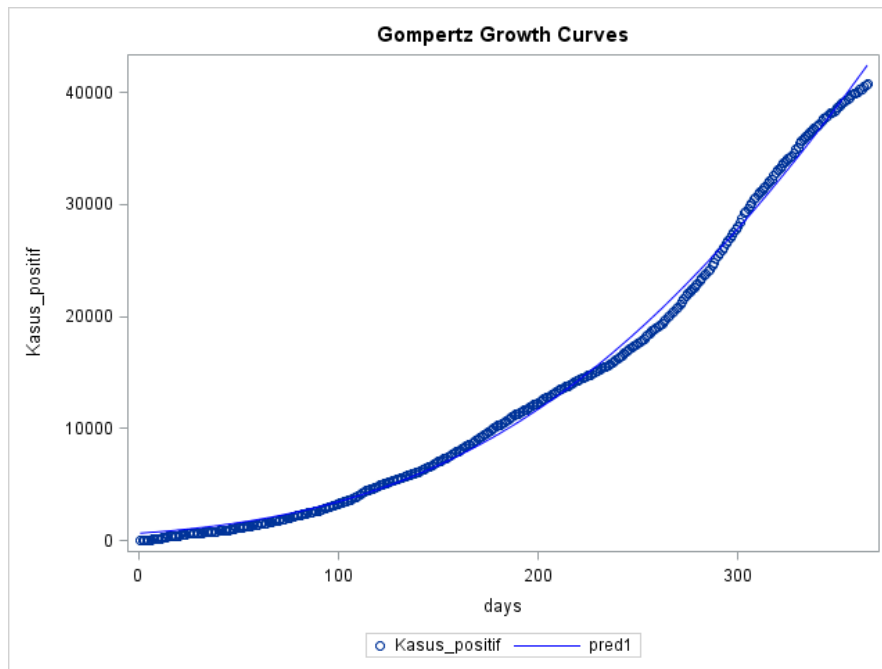
$$\hat{y} = \frac{67761.3}{1 + e^{4.1354-0.0126x_i}}$$

- c. Model Weibull

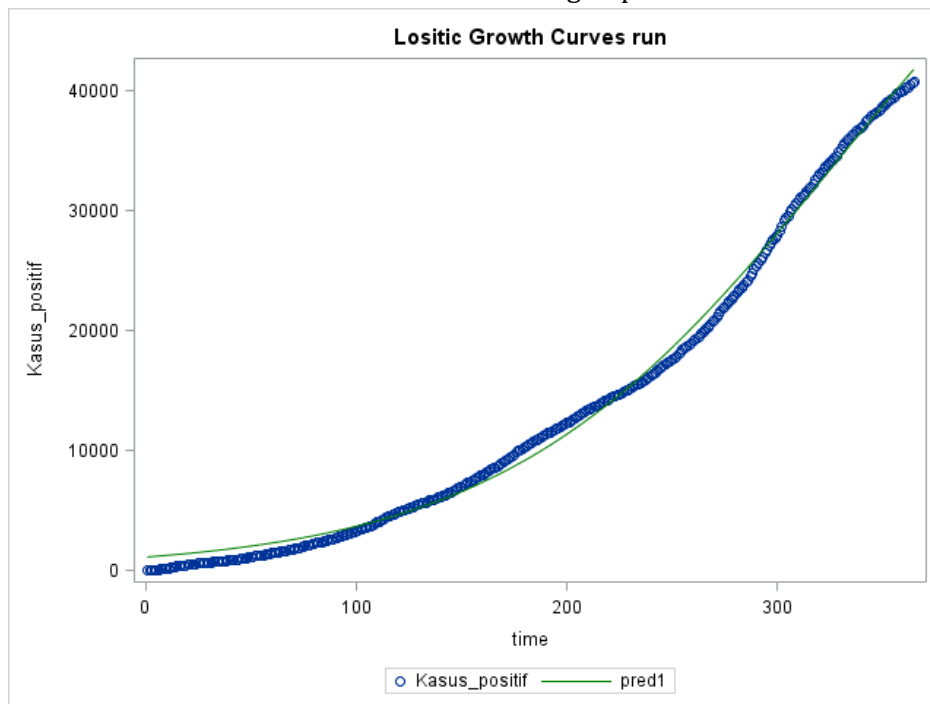
$$\hat{y} = 1310,9 + 21456094 \exp\{-42,5257x_i^{-0,3243}\}$$

Kurva Model

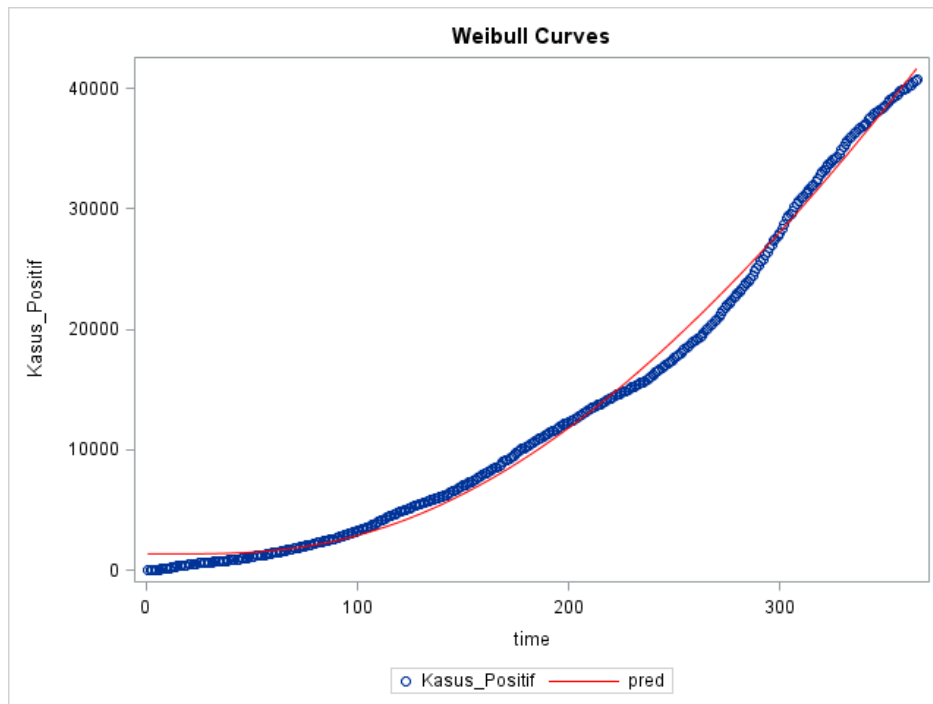
Kurva berikut digunakan untuk melihat perbandingan antara ketiga model pada data covid-19 di Indonesia. Garis hijau merupakan kurva dugaan dari model logistic, garis biru merupakan kurva dugaan dari model growth dan garis merah merupakan kurva dugaan dari model gompertz. Sedangkan lingkaran-lingkaran kecil berwarna biru merupakan sebaran data aslinya.



Gambar 1. Kurva model gompertz



Gambar 2. Kurva model logistic



Gambar 3. Kurva model Weibull

Dari gambar 1, 2 dan 3 diatas dapat dilihat bahwa sepertinya model gompertz merupakan model yang paling cocok untuk data covid-19 pertumbuhan kasus meninggal di Indonesia. Karena garis biru yang ada ditengah terlihat cukup mengikuti pola pertumbuhan data kasus meninggal covid-19. Sedangkan untuk model logistic yang ditunjukkan oleh garis berwarna hijau terlihat sangat mirip dengan model gompertz namun pada bagian awal dari garis sedikit menaik sehingga terlihat tidak mengikuti pola pertumbuhan data covid-19 pada bagian awalnya. Kemudian pada model Weibull terlihat merupakan model yang paling berbeda namun terlihat bahwa garis merah pada model Weibull tidak mengikuti pola pertumbuhan data covid-19. Oleh karena itu, jika hanya dengan melihat kurva saja dapat disimpulkan bahwa model gompertz merupakan model yang paling cocok untuk data covid-19 kasus meninggal di Indonesia.

Data Dugaan

Dengan menggunakan estimasi parameter pada model diatas, diperoleh data dugaan seperti pada tabel berikut ini:

Tabel 2. Nilai dugaan

Hari	y	Duga1	Duga2	Duga3	Hari	y	Duga1	Duga2	Duga3
1	21	616.80	1080.20	1310.85	341	37129	36636.14	76.788	36128.01
2	34	629.49	1093.71	1310.85	342	37410	36867.68	36950.54	36341.55
3	45	642.40	1107.37	1310.85	343	37620	37099.89	37162.50	36555.56
4	55	655.54	1121.21	1310.85	344	37795	37332.74	37374.21	36770.05
5	62	668.89	1135.21	1310.85	345	37912	37566.25	37585.63	36985.01
6	73	682.47	1149.39	1310.86	346	38092	37800.41	37796.77	37200.44
7	85	696.27	1163.74	1310.86	347	38192	38035.21	38007.59	37416.34

8	104	710.31	1178.26	1310.86	348	38289	38270.65	38218.09	37632.70
9	144	724.58	1192.97	1310.87	349	38436	38506.73	38428.26	37849.53
10	170	739.08	1207.85	1310.89	350	38616	38743.45	38638.06	38066.82
11	191	753.83	1222.92	1310.92	351	38778	38980.79	38847.50	38284.57
12	237	768.81	1238.17	1310.97	352	39005	39218.77	39056.55	38502.79
13	263	784.04	1253.61	1311.05	353	39202	39457.37	39265.19	38721.46
14	323	799.52	1269.23	1311.16	354	39310	39696.60	39473.42	38940.59
15	333	815.25	1285.05	1311.31	355	39413	39936.44	39681.21	39160.18
16	360	831.23	1301.06	1311.51	356	39574	40176.90	39888.56	39380.22
17	384	847.47	1317.27	1311.77	357	39728	40417.96	40095.44	39600.71
18	399	863.97	1333.67	1312.11	358	39846	40659.64	40301.85	39821.65
19	446	880.73	1350.28	1312.53	359	39944	40901.92	40507.76	40043.05
20	454	897.76	1367.08	1313.04	360	40029	41144.81	40713.16	40264.89
21	480	915.05	1384.09	1313.67	361	40227	41388.29	40918.04	40487.18
22	499	932.62	1401.31	1314.43	362	40312	41632.36	41122.38	40709.91
23	511	950.46	1418.74	1315.32	363	40444	41877.03	41326.17	40933.09
24	553	968.58	1436.38	1316.37	364	40617	42122.28	41529.40	41156.71
25	584	986.99	1454.24	1317.59	365	40721	42368.12	41732.05	41380.78

Note: duga1=gompertz, duga2=logistic, duga3=weibull

Jika melihat dengan seksama tabel diatas, dapat dilihat bahwa pada model weibull terdapat kesamaan nilai dugaan dari hari pertama sampai hari ke-5 kemudian berubah setelah hari ke-6 sampai seterusnya. Sedangkan pada data aslinya tercatat bahwa pada hari pertama sampai hari ke-5 cenderung naik sehingga dapat dikatakan bahwa model Weibull tidak cukup tepat untuk menduga data para periode awalnya. Untuk model gompertz dan logistic terdapat sedikit perbedaan pada periode-periode awal namun setelahnya hasil dugaan kedua metode tersebut cenderung mirip. Sedangkan dugaan dengan model Weibull pada periode-6 dan seterusnya juga cenderung mirip dengan dugaan pada model gompertz dan logistic. Dari hal ini dapat disimpulkan bahwa terdapat perbedaan nilai dugaan antar ketiga model tersebut yang meskipun perbedaannya tidak cukup besar. Perbedaan cukup besar hanya terjadi di awal periode saja.

Evaluasi Model

Dari hasil pemodelan diatas dapat dilihat bahwa semua model sudah signifikan namun perlu dilakukan pemilihan model terbaik dengan cara membandingkan R-Square dari masing-masing model. Berikut ini merupakan perbandingan R-Square dari ketiga model tersebut:

Tabel 3. Nilai R-Square

Model	R-Square
Gompertz	0,9987
Logistic	0,9983
Weibull	0,9952

Berdasarkan tabel diatas dapat dilihat bahwa ketiga model sangat baik untuk diterapkan pada data covid-19 namun model Gompertz memiliki nilai R-square yang paling besar

dibandingkan dengan model Logistic dan Weibull. Sehingga dapat disimpulkan bahwa model Gompertz merupakan model yang paling baik untuk diterapkan pada data covid-19 kasus meninggal di Indonesia periode April 2020 sampai Maret 2021 dengan nilai R-Square sebesar 0,9987 atau 99,87%. R-Square model Gompertz lebih besar dari R-Square pada model Logistic sebesar 0,9983 dan model Weibull sebesar 0,9952. Hal itu berarti dengan model logistic, 99,87% data dapat dijelaskan oleh model dan 0,13% dijelaskan oleh variabel lain yang tidak masuk pada model.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis pada bab 3 dapat ditarik kesimpulan bahwa model gompertz, logistic dan Weibull merupakan model yang baik untuk diterapkan pada data covid-19 kasus meninggal di Indonesia periode April 2020 sampai Maret 2021 dimana semua model berpengaruh signifikan. Namun untuk model terbaik yang dipilih adalah model Gompertz karena memiliki nilai R-Square terbedar yaitu sebesar 0,9987 atau sebesar 99,87%.

DAFTAR PUSTAKA

- Aggrey, S. E. (2002). Comparison of three non-linear and spline regression models for describing chicken growth curves. *Poultry Science*, 81:1782–1788. <https://doi.org/10.1093/ps/81.12.1782>
- Chicco, D., Warrens, M. J., & Jurman, G. (2021). The coefficient of determination R-squared is more informative than SMAPE, MAE, MAPE, MSE and RMSE in regression analysis evaluation. *PeerJ Computer Science, Sci.*, <https://doi.org/10.7717/peerj-cs.623>
- Chowdhury, B. R., Chakraborty, R., & Chaudhuri, U. R. (2007). Validity of modified Gompertz and Logistic models in predicting cell growth of *Pediococcus acidilactici* H during the production of bacteriocin pediocin AcH. *Journal of Food Engineering*, 80: 1171–1175. <https://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2006.08.019>
- Hruby, M., Hamre, M.L., & Coon. N. (1996). Non-linear and linear functions in body protein growth. *Journal of Applied Poultry Research*, 5:109-115. <https://doi.org/10.1093/japr/5.2.109>
- Mohapatra, N. K., Mukherjee, A. K., Rao, A. V. S., & Nayak, P. (2008). Disease Progress Curves In The Rice Blast Pathosystem Compared With The Logistic And Gompertz Models. *ARPJ Journal of Agricultural and Biological Science*, 3(1), 28-37.
- Nahashon, S. N., Aggrey, S. E., Adefope, N. A., Amenyenu, A., & Wright, D. (2006). Growth characteristics of pearl gray guinea fowl as predicted by the Richards, Gompertz, and logistic models. *Poultry science*, 85(2), 359-363. <https://doi.org/10.1093/ps/85.2.359>
- Patabang, M., Malamassam, D., Paembonan, S. A., & Dassir, M. (2011). Model Prediksi Riap Tinggi Jenis Pinus (*Pinus Mercusii*) Pada Hutan Rakyat Di Tana Toraja. *Jurnal Hutan dan Masyarakat*, 6(2): 111-115.
- Piegorsch, W. W. & Bailer, A. J. (2005). *Analyzing Environmental Data*. England: John Wiley & Sons. <https://doi.org/10.1002/0470012234>

- Raji, A. O., Mbap, S. T., & Aliyu, J. (2014). Comparison Of Different Models To Describe Growth Of The Japanese Quail (*Coturnix Japonica*). *Trakia Journal of Sciences*, 12(2): 182-188.
- Salman, L. B., Sumantri, C., Noor, R. R. Saefuddin, A., & Talib, C. (2015). Kurva pertumbuhan sapi Friesian Holstein dari lahir sampai siap kawin berdasarkan tingkat kelahiran. *J. Veteriner*. 16 (1): 96-106. <https://doi.org/10.14710/jitaa.37.3.151-160>
- Salman, L.B., R.R. Noor, A. Saefuddin & C. Talib. (2012). Comparison on accuracy of logistic, gompertz and von bertalanffy models in predicting growth of new born calf until first mating of holstein Friesian heifers. *J. Indonesian Trop. Anim. Agric.* 37(3): 151-160.
- Satoh, D. (2021). Discrete Gompertz equation and model selection between Gompertz and logistic models. *International Journal of Forecasting*, 37: 1192-1211. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2021.01.005>
- Tariq, M. M., Iqbal, F., Eyduran, E., Bajwa, M. A., Huma, Z. E., & Wahee, A. (2013). Comparison of Non-Linear Functions to Describe the Growth in Mengali Sheep Breed of Balochistan. *Pakistan J. Zool.*, 45(3): 661-665.
- Urfa, S., Indrijani, H., & Tanwiriah, W. (2017). Model Kurva Pertumbuhan Ayam Kampung Unggul Balitnak (KUB) Umur 0-12 Minggu. *Jurnal Ilmu Ternak*, 17(1): 59-66.
- Wright S. 1921. Correlation and causation. *Journal of Agricultural Research* XX(7):557–585.