

Kurva Pertumbuhan Nonlinier (Gompertz, Logistic, dan Weibull)

Juanda^{1*}, Warsono²

^{1,2}Jurusan Matematika, Universitas Lampung, Lampung, Indonesia

*corresponding author: juandamatem07@gmail.com

Received December 26, 2022; Received in revised form Desember 28, 2022; Accepted January 1, 2023

Abstrak. Penyebaran COVID-19 sangat cepat bahkan diperkirakan tumbuh secara eksponensial, dikarenakan migrasi manusia antar daerah, negara, bahkan benua yang sangat massif. Oleh karena itu kurva pertumbuhan penderita COVID-19 yang tumbuh dari waktu ke waktu dapat di dekati dengan fungsi eksponensial selama beberapa peubah prediktor diketahui. Tujuan dari penelitian ini adalah memodelkan dan membandingkan kurva pertumbuhan dengan metode non-linear. Metode yang digunakan adalah metode non-linear dengan model gompertz, logistics, Weibull. Hasil yang diperoleh model gompertz memiliki nilai *R-Sqaure* yang lebih tinggi dibandingkan dengan model logistic dan Weibull. Sehingga dapat disimpulkan bahwa model gompertz menjadi model non-linear yang terbaik dalam menginterpretasikan kurva pertumbuhan Covid-19.

Kata kunci: model pertumbuhan, Covid-19, model non-linear

Abstract. The spread of COVID-19 is very fast and is even expected to grow exponentially, due to the very massive migration of people between regions, countries and even continents. Therefore, the growth curve for COVID-19 sufferers that grows over time can be approximated by an exponential function as long as several predictor variables are known. The purpose of this study is to model and compare growth curves with non-linear methods. The method used is a non-linear method with the gompertz model, logistics, Weibull. The results obtained by the gompertz model have a higher *R-Sqaure* value compared to the logistic and Weibull models. So it can be concluded that the Gompertz model is the best non-linear model in interpreting the Covid-19 growth curve.

Keywords: growth model, Covid-19, non-linear model



This is an open access article under the [Creative Commons Attribution 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

PENDAHULUAN

Sejak tahun 1980, dunia telah terancam oleh berbagai gelombang epidemi penyakit yang muncul, seperti *Escherichia coli* O157 (1980-an), jenis flu burung di Hong-Kong (1997), wabah sindrom pernapasan akut parah atau SARS (2002), chikungunya di Italia (2007), dan di tahun 2019 ini seluruh dunia dikejutkan dengan pandemi coronavirus 2019 atau COVID-19 (Anzai, et al., 2020).

Dimulai pada bulan Desember tahun 2019, wabah penyakit COVID-19 terjadi di pasar seafood China Selatan di Wuhan, Provinsi Hubei, China (Wang et al., 2020). Wabah ini sangat

menular dan menyebar dengan cepat ke hampir seluruh wilayah China setelah 1 bulan dari laporan pertama kali muncul (Hui et al., 2019). Pada tanggal 10 Februari 2020, Organisasi Kesehatan Dunia (WHO) melaporkan telah terdeteksi total 40.554 kasus dengan infeksi COVID-19 yang dikonfirmasi (Tian et al., 2020). Menurut Wu F baru pada 11 Februari 2020, Organisasi Kesehatan Dunia (WHO) mendeklarasikan *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2* atau disingkat *SARS-CoV-2* sebagai agen penyebab penyakit COVID-19 (Adenaiye et al., 2022; Bueno et al., 2022; Yadav et al., 2021).

Penyebaran COVID-19 sangat cepat bahkan diperkirakan tumbuh secara eksponensial, dikarenakan migrasi manusia antar daerah, negara, bahkan benua yang sangat massif (Anzai, et al., 2020). Oleh karena itu kurva pertumbuhan penderita COVID-19 yang tumbuh dari waktu ke waktu dapat di dekati dengan fungsi eksponensial selama beberapa peubah prediktor diketahui (Rehman et al., 2022). Secara umum persamaan kurva ekponensial dapat kita tulis $g(x_i; \beta) = \beta_1 \exp(-\beta_2 x_i)$, dengan nilai $\beta_2 < 0$. Pertumbuhan eksponensial terjadi apabila $\frac{dg}{dx} = -\beta_2 g(x; \beta)$. Ada berbagai macam model non-linier diantaranya adalah model gompertz, logistic, dan Weibull (Piegorisch. Walter W. , Bailer, 2014).

Model Gompertz

Kurva pertumbuhan berbentuk sigmoidal, yang mewakili perilaku dalam kaitannya dengan waktu. Pertumbuhan selama tahap pertama berlangsung lambat, diikuti oleh periode akselerasi otomatis, hingga titik laju pertumbuhan maksimum tercapai ketika fase auto-perlambatan terjadi (Oliveira Zardin et al., 2019; Tjørve & Tjørve, 2017). Model gompertz memiliki 3 parameter yang tidak diketahui nilainya, model ini dapat dinyatakan dengan:

$$g(x_i; \beta) = \beta_0 \exp(-e^{-\beta_1 - \beta_2 x_i})$$

Model Logistic

Metode ini juga sering digunakan untuk menggambarkan pertumbuhan dari waktu ke waktu, persamaan umumnya dapat ditulis:

$$g(x_i; \beta) = \frac{\beta_0}{1 + e^{-\beta_1 - \beta_2 x_i}}$$

Model logistic juga memiliki 3 parameter yang tidak diketahui nilainya sama halnya dengan gompertz namun berbeda dalam karakteristik operasionalnya (Karim et al., 2022; Piegorisch. Walter W. , Bailer, 2014).

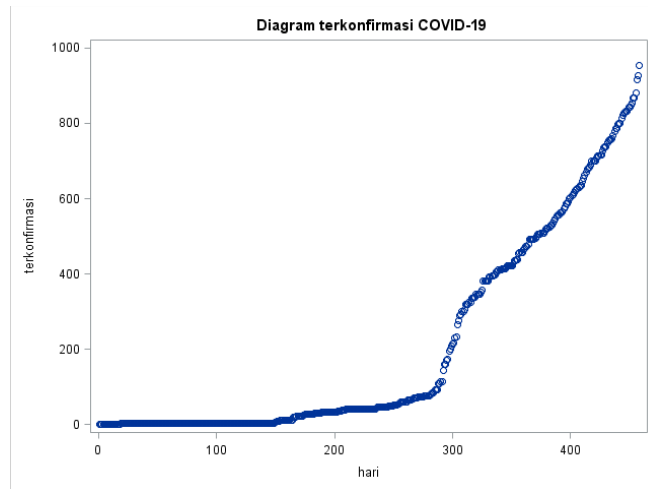
Model Weibull

Distribusi ini diperkenalkan oleh ahli statistik Swedia Waloddi Weibull yang menggunakannya untuk pertama kalinya pada tahun 1939. Dua bentuk populer dari distribusi ini adalah distribusi Weibull dua dan tiga parameter (Avalos-Castro et al., 2022; Jukić & Marković, 2010).

$$g(x_i; \beta) = \beta_0 + \beta_1 \exp(-(\beta_2 - 10)t^{\beta_3})$$

METODE PENELITIAN

Data yang digunakan peneliti berupa data jumlah komulatif dari terkonfirmasi COVID-19 di Kabupaten Lampung Barat, Provinsi Lampung pada tanggal 9 April 2020 sampai dengan 4 Juli 2021 yang diperbaharui setiap hari. Data yang didapat seperti pada bagan berikut:



Gambar 1. Diagram pasien terkonfirmasi Covid-19

Pada data yang didapat terdapat 1 peubah bebas (independent) yaitu peubah waktu yang di simbolkan t_i dengan nilai $i = 1,2,3, \dots \dots 458$ dan 1 peubah tak-bebas (dependen) yaitu peubah jumlah komulatif terkonfirmasi COVID-19 yang di simbolkan Y_t .

Dalam menganalisa data jumlah komulatif terkonfirmasi COVID-19 peneliti menggunakan pendekatan model nonlinier antara lain Model Gompertz, Model Logistic, serta Model Weibull yang dalam pengaplikasiannya menggunakan salah satu program statistika yakni Software SAS. Metode yang dilakukan dalam penelitian ini dapat dijabarkan sebagai berikut:

1. Mendapatkan data konfirmasi penderita COVID-19 kabupaten Lampung barat.
2. Mengestimasi Setiap model non-linear (Gompertz, Logistic, serta Weibull).
3. Melihat nilai R-Square masing masing Model (Gompertz, Logistic, serta Weibull)
4. Melakukan evaluasi mana model non-linier terbaik (R-Square terbesar)

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penanganan kasus COVID-19 di Indonesia pemerintah selaku pengambil kebijakan sering melakukan perubahan sebutan yang dipakai, salah satunya adalah sebutan 'kasus positif' terkena COVID-19 yang kadang disebut terkonfirmasi, kasus konfirmasi, kasus total, kasus, positif, hasil positif, positif PCR, terjangkau, tertular, tertular penyakit, terinfeksi, dsb. pada penelitian ini kita menggunakan 2 peubah yaitu waktu yang di simbolkan t_i dan jumlah akumulatif terkonfirmasi Y_t .

Setelah data didapatkan, dengan program SAS kita akan mengestimasi kedalam Model non-linier yang sudah ditentukan (Gompertz, Logistic, serta Weibull).

Tabel 1. Parameter model pertumbuhan

Parameter	Gompertz	Logistic	Weibull
b0	1246.4	962.7	2513.2
b1	-3.4918	-7.3958	-2532.3
b2	0.00971	0.0202	2.06E-10
b3	-	-	3.5060
R²	0,993804356	0,991638393	0,98021364

Dari table diatas maka nilai estimasi model non-linier akan diperoleh

Estimasi model Gompertz :

$$\hat{y}_t = 1246,4 \exp(-e^{3,4918-0,00971 t})$$

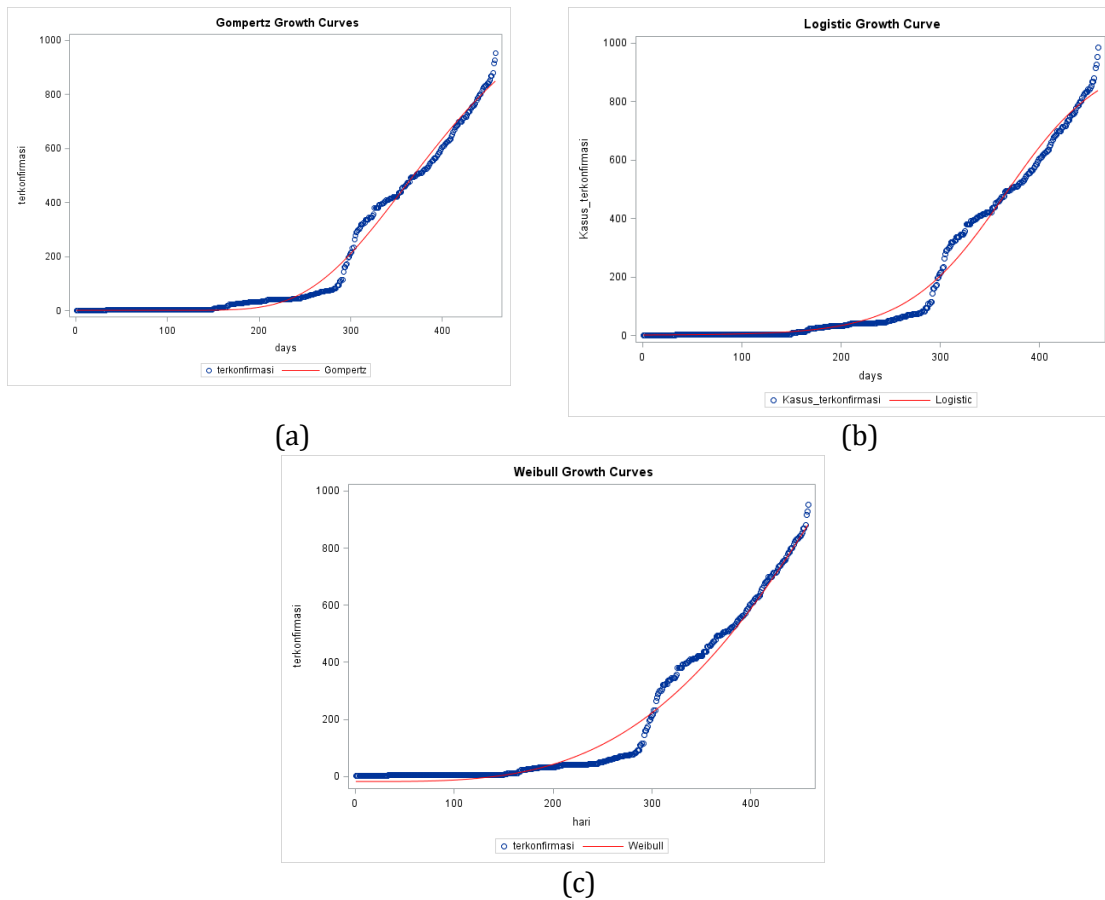
Estimasi model Logistic :

$$\hat{y}_t = \frac{962,7}{1 + e^{7,3958 - 0,0202 t}}$$

Estimasi model Gompertz :

$$\hat{y}_t = 2513.2 + -2532.3 \exp(-(2.06E - 10)t^{3.5060})$$

Hasil estimasi diatas dapat dilihat dalam bentuk grafik dibawah ini.



Gambar 1. Grafik model pertumbuhan gompertz (a), logistics (b), dan Weibull (c)

Dari grafik diatas dapat diartikan bahwa model non-linier baik gompertz, logistic, maupun Weibull sesuai dengan data pertumbuhan COVID-19 di Lampung Barat. Untuk menentukan mana model yang terbaik kita dapat melihat nilai dari R Square masing masing model non-linier. dalam penelitian ini nilai R² dari model Gompertz sebesar 0,993804356 yang artinya 99,3804356 % model sesuai dengan data. Untuk model Logistic nilai R² sebesar 0,991638393 yang artinya 99,1638393 % model sesuai dengan data. Sedangkan model Weibull nilai R² sebesar 0,98021364 yang artinya 98,021364 % model sesuai dengan data.

KESIMPULAN

Dengan nilai R^2 yang sangat besar dari masing masing model non-linier menunjukkan bahwa data penderita COVID-19 kabupaten Lampung Barat sesuai dengan ketiga model non-linier (model gompertz, model logistic, dan model Weibull) yang uji. Dari hasil R^2 yang diperoleh dari masing masing model non-linear, model gompertz merupakan yang terbaik dibandingkan dengan model logistic dan Weibull dengan nilai 0,993804356 berbanding dengan 0,991638393 dan 0,98021364.

DAFTAR PUSTAKA

- Adenaiye, O. O., Lai, J., Bueno de Mesquita, P. J., Hong, F., Youssefi, S., German, J., Tai, S. H. S., Albert, B., Schanz, M., & Weston, S. (2022). Infectious severe acute respiratory syndrome coronavirus 2 (SARS-CoV-2) in exhaled aerosols and efficacy of masks during early mild infection. *Clinical Infectious Diseases*, 75(1), e241–e248. <https://doi.org/10.1093/cid/ciab797>
- Anzai, A., Kobayashi, T., Linton, N. M., Kinoshita, R., Hayashi, K., Suzuki, A., Yang, Y., Jung, S. M., Miyama, T., Akhmetzhanov, A. R., & Nishiura, H. (2020). Assessing the impact of reduced travel on exportation dynamics of novel coronavirus infection (Covid-19). *Journal of Clinical Medicine*, 9(2), 601. <https://doi.org/10.3390/jcm9020601>
- Anzai, A., Kobayashi, T., Linton, N. M., Kinoshita, R., Hayashi, K., Suzuki, A., Yang, Y., Jung, S., Miyama, T., Kedokteran, S. P., Hokkaido, U., Jo, K., & Chome, N. (2020). *Kajian Dampak Pengurangan Perjalanan Terhadap Dinamika Ekspor Infeksi Novel Coronavirus (COVID-19)*.
- Avalos-Castro, R., Segura-Correa, J. C., Palacios-Espinosa, A., & Romero-Santillan, F. (2022). Growth Curves Through Non-Linear Models In Creole Lambs From The Mixteca Region Of Oaxaca, Mexico. *Tropical and Subtropical Agroecosystems*, 25(2). <https://doi.org/10.56369/tsaes.4218>
- Bueno, S. M., Abarca, K., González, P. A., Gálvez, N. M. S., Soto, J. A., Duarte, L. F., Schultz, B. M., Pacheco, G. A., González, L. A., & Vázquez, Y. (2022). Safety and immunogenicity of an inactivated severe acute respiratory syndrome coronavirus 2 vaccine in a subgroup of healthy adults in chile. *Clinical Infectious Diseases*, 75(1), e792–e804. <https://doi.org/10.1093/cid/ciab823>
- Hui, L., Qiao-ling, T., Ya-xi, S., Shi-bing, L., Ming, Y., Robinson, N., & Jian-ping, L. (2019). Can Chinese Medicine Be Used For Prevention of Corona Virus Disease 2019 (COVID-19)? A Review of Historical Classics, Research Evidence and Current Prevention Programs.pdf. *Chinese Journal of Integrative Medicine*, 11655(100029), 1–8.
- Jukić, D., & Marković, D. (2010). On nonlinear weighted errors-in-variables parameter estimation problem in the three-parameter Weibull model. *Applied Mathematics and Computation*, 215(10), 3599–3609. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.10.056>
- Karim, M. A. U., Bhagat, S. R., & Bhowmick, A. R. (2022). Empirical detection of parameter variation in growth curve models using interval specific estimators. *Chaos, Solitons & Fractals*, 157, 111902. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2022.111902>
- Oliveira Zardin, A. M. da S., de Oliveira, C. A. L., de Oliveira, S. N., Yoshida, G. M., de Albuquerque, D. T., de Campos, C. M., & Ribeiro, R. P. (2019). Growth curves by Gompertz nonlinear regression model for male and female Nile tilapias from different genetic groups. *Aquaculture*, 511. <https://doi.org/10.1016/j.aquaculture.2019.734243>
- Piegorsch. Walter W. , Bailer, A. J. (2014). Analyzing Environmental Data. In *Paper Knowledge. Toward a Media History of Documents*.

- Rehman, A., Naz, S., Khan, A., Zaib, A., & Razzak, I. (2022). Improving coronavirus (COVID-19) diagnosis using deep transfer learning. *Proceedings of International Conference on Information Technology and Applications*, 23–37. https://doi.org/10.1007/978-981-16-7618-5_3
- Tian, S., Hu, N., Lou, J., Chen, K., Kang, X., Xiang, Z., Chen, H., Wang, D., Liu, N., Liu, D., Chen, G., Zhang, Y., Li, D., Li, J., Lian, H., Niu, S., Zhang, L., & Zhang, J. (2020). Characteristics of COVID-19 infection in Beijing. *Journal of Infection*, 80(4), 401–406. <https://doi.org/10.1016/j.jinf.2020.02.018>
- Tjørve, K. M. C., & Tjørve, E. (2017). The use of Gompertz models in growth analyses, and new Gompertz-model approach: An addition to the Unified-Richards family. *PloS One*, 12(6), <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0178691>.
- Wang, C., Cheng, Z., Yue, X.-G., & McAleer, M. (2020). Risk Management of COVID-19 by Universities in China. *Journal of Risk and Financial Management*, 13(2), 36. <https://doi.org/10.3390/jrfm13020036>
- Yadav, R., Acharjee, A., Salkar, A., Bankar, R., Palanivel, V., Agrawal, S., Shastri, J., Sabnis, S. V., & Srivastava, S. (2021). Mumbai mayhem of COVID-19 pandemic reveals important factors that influence susceptibility to infection. *EclinicalMedicine*, 35, 100841. <https://doi.org/10.1016/j.eclinm.2021.100841>